

```
Manipulate[ ParametricPlot3D [{c1 t + c3, c2 t + c4, c1 c2 t^3 / 6 + 1/2 t^2 c1 c4 + c5 t + c6},
{t, -6, 4}, PlotStyle -> {Thickness[0.01], Red}],
{c1, -1, 1}, {c2, -1, 1}, {c3, -1, 1}, {c4, -1, 1}, {c5, -1, 1}, {c6, -1, 1},
ControlPlacement -> {Left}]
```

Литература

1. Букушева А.В. Возможности использования Wolfram технологий при изучении компьютерной геометрии / А.В. Букушева // Труды Международной научно-практической конференции “Информатизация образования - 2016”, Сочи. – М.: Изд-во СГУ, 2016. – С. 168–175.
2. Букушева А.В. Принципы методической системы обучения компьютерной геометрии / А.В. Букушева // Балтийский гуманитарный журнал. – 2016. – Т. 5, № 3 (16). – С. 95–98.
3. Букушева А.В. Организация самостоятельной работы студентов при изучении компьютерной геометрии в LMS MOODLE / А.В. Букушева // Азимут научных исследований: педагогика и психология. – 2016. – Т. 5, № 3 (16). – С. 30–34.
4. Букушева А.В. Учебно-исследовательские задачи в подготовке бакалавров-математиков / А.В. Букушева // Вестник Пермского государственного гуманитарно-педагогического университета. Серия “Информационные компьютерные технологии в образовании”. – 2015. – Вып. 11. – С. 85–93.
5. Малахальцев, М.А. Сборник по тензорному анализу: Методическое пособие / П.П. Петров, М.А. Малахальцев. – М.: Издательство Казанского государственного университета, 2008. – 76 с.

USAGE OF COMPUTER MATHEMATICS SYSTEMS IN SOLVING TASKS OF TENSOR ANALYSIS

A.V. Bukusheva

We consider application of the Wolfram Mathematica system in solving tensor analysis tasks.

Keywords: bachelor's training, Wolfram technologies, computer geometry, tensor analysis.

УДК 372.851

ВОЗМОЖНОСТИ ПРИМЕНЕНИЯ ПРОГРАММЫ GEOGEBRA ПРИ ИЗУЧЕНИИ СТЕРЕОМЕТРИИ В КУРСЕ МАТЕМАТИКИ СРЕДНЕЙ ШКОЛЫ

А.Ф. Гилязиева¹, Н.В. Тимербаева²

¹ gilazieva2016f05a@yandex.ru; Казанский (Приволжский) федеральный университет, институт математики и механики им. Н.И. Лобачевского

² timnell@yandex.ru; Казанский (Приволжский) федеральный университет, институт математики и механики им. Н.И. Лобачевского

Статья посвящена применению математической программы GeoGebra при изучении стереометрии в курсе школьной математики. Проиллюстрирован широкий спектр возможностей программы для динамической, наглядной работы с геометрическими объектами, обоснованы преимущества и недостатки. Доказывается целесообразность использования данной технологии на этапе обобщения и систематизации учебного материала.

Ключевые слова: GeoGebra, геометрия, компьютерные технологии, стереометрия.

Геометрия является одной из самых сложных учебных дисциплин и вызывает у школьников определенные трудности при ее изучении. Причинами этих трудностей могут быть недостаток наглядности и визуализации, отсутствие мотивации, интереса к предмету. Чтобы сделать качественным излагаемый учебный материал, повысить интерес к предмету, нами при проведении уроков во время педагогической практики в МБОУ «Гимназия №75» г. Казани, применялись интерактивные компьютерные технологии. Использование компьютера на уроках геометрии позволяет более наглядно и доступно представить учебный материал учащимся. Однако опыт работы позволил сделать вывод о том, что наряду с плюсами, имеются и некоторые минусы в применении ИКТ на уроках математики. Сначала рассмотрим положительные моменты использования ИКТ:

1. возможна значительная экономия времени и решения большего числа задач;
2. чертежи, выполненные в тетрадях или на доске, могут быть неточными или неправильными, а ИКТ позволяет решить данную проблему (проблему наглядности);
3. предоставляется возможность демонстрации явлений или действий, которые в реальности увидеть невозможно;
4. повышается мотивация к учению за счет привлекательности мультимедийных эффектов;
5. ученики сами активно работают в данном направлении, они создают авторские презентации, защищают свои исследовательские работы с использованием различных компьютерных программ;
6. облегчается физическая нагрузка педагога.

Остановимся и на минусах:

1. могут возникнуть проблемы с техникой, что нарушит ход урока;
2. качество оборудования не всегда соответствует задаче урока. Не все школы могут позволить себе дорогие проекторы;
3. могут быть нарушены санитарно-эпидемиологические правила и нормы применения ИКТ на уроке. Согласно санитарным нормам, продолжительность непрерывного применения технических средств обучения на уроке должна быть:
 - в 1-2 классах – не более 10-15 мин.
 - в 3-4 – не более 15-20 мин.
 - в 5-7 – не более 20-25 мин.
 - в 8-11 классах – не более 25-30 мин.

Несмотря на наличие недостатков, преимуществ использования ИКТ все же значительно больше.

В настоящее время количество интерактивных математических пакетов, позволяющих выполнять геометрические построения, моделировать какие-либо объекты, явления, изменить параметры объектов сохраняя при этом алгоритм построения чертежа, достаточно много. В качестве примера можно привести такие программы, как The Geometer's Sketchpad (Живая геометрия), GeoGebra, Maple, Wingeom и т.д.

GeoGebra отличается от остальных программ универсальностью и легкостью применения. Даже в названии системы GeoGebra отражена особенность двойного представления объектов: в виде алгебраической и геометрической моделей

(geometry+algebra). Таким образом, выделяется связь различных разделов математики, связь аналитической конструкции с наглядным представлением объекта. Динамическая программа GeoGebra позволяет создавать основные геометрические объекты (точка, линия, окружность, вектор, многоугольник, многогранник), выполнять различные операции над геометрическими объектами (деление отрезка пополам, деление угла на n равных частей, измерение длины отрезка, измерение величины угла), динамически изменять объекты и строить анимации. Основной особенностью интерактивной геометрической программы «GeoGebra» является возможность построения динамических чертежей с заданием изменяющихся одного или нескольких параметров. Изменение параметров можно осуществлять вручную, перемещая ползунок с помощью клавиатуры или мыши. В этом случае возникает движущееся изображение. Двигая ползунки, учащиеся делают выводы о влиянии каждого из параметров на вид объекта.

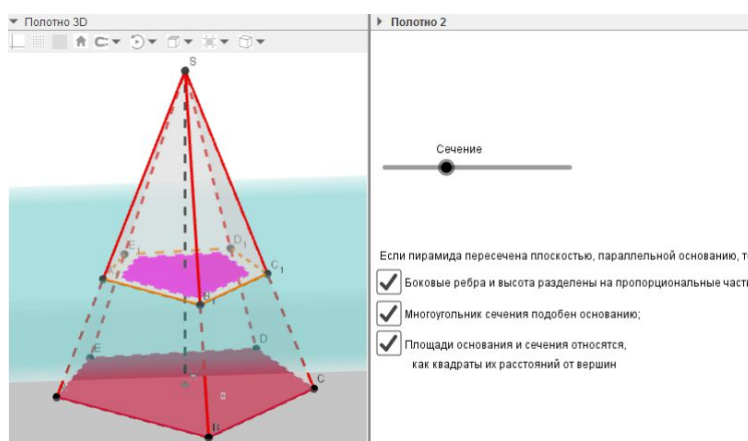


Рис. 1. Ползунок при построении сечений.

Для достижения обучающего эффекта и побуждения учеников к активной мыслительной деятельности последовательность изображений на экране может быть следующей:

- показ наглядного объекта -> создание проблемной ситуации -> появление объекта на экране после обсуждения;
- последовательное появление объекта и его элементов сопровождается последовательным появлением текста;
- наглядный объект при постановке вопросов играет роль подсказки.

Особенно эффективно использование приложения на уроках геометрии при изучении раздела стереометрии. Демонстрационные чертежи и 3d – модели помогают ученикам детально разобраться в основных понятиях стереометрии.

В школе такие интерактивные программы используют на разных этапах обучения учебного материала. ИКТ лучше всего применить при изучении нового материала и на этапе обобщения и систематизации знаний.

Целесообразность использования компьютерных программ на уроке систематизации знаний объясняется тем, что данный тип урока предполагает усвоение большого объема учебного материала за короткое время, наличие заданий, требующих сравнения, обобщения и сопоставления. Поэтому при выполнении заданий, в которых требуется строить чертежи, учитель может заранее строить геометри-

ческие объекты используя компьютерные программы. При решении самой задачи можно последовательно вывести на экран объект и его элементы, и шаги решения с помощью такой динамической интерактивной программы, как GeoGebra. Ниже приводим план-конспект урока систематизации знаний, при проведении которого используется программа GeoGebra.

«Векторы в пространстве» – одна из сложных тем курса стереометрии. Поэтому при изучении данной темы, визуализация учебной информации о векторах и реализация движения изучаемых объектов необходимы. Рассмотрим, как с помощью интерактивной программы «GeoGebra» можно проиллюстрировать теоретический и задачный материалы по указанной теме.

План-конспект урока

Тема: Векторы в пространстве.

Класс: 10

Учебно-методическое обеспечение: Атанасян Л.С. и др. «Геометрия 10-11».

Оборудование и материалы для урока: компьютер, проектор, экран, презентация, раздаточный материал.

Тип урока: Урок систематизации знаний.

Цели: *Образовательные:* определить основные понятия для векторов: направление вектора, длина, равенство векторов, компланарные векторы; повторить действия над векторами, правило параллелепипеда; закрепить понятия на практических задачах.

Развивающие: показать учащимся широкий спектр возможностей применения векторов; совершенствовать пространственное мышление учащихся.

Воспитательные: воспитать математическую культуру, грамотность; формировать активность, внимательность, наблюдательность.

Структура урока.

1. Мотивация к учебной деятельности. (1 мин.)
2. Актуализация знаний и фиксирование затруднений. (6–7 мин.)
3. Постановка учебной задачи, построение и реализация проекта выхода из ситуации. (25–26 мин.)
4. Самостоятельная работа. (10 мин.)
5. Рефлексия. (2 мин.)

Ход урока

1. Мотивация к учебной деятельности.

- Здравствуйте, ребята! Сегодня мы продолжим нашу тему «Векторы в пространстве». Не задавались ли вы вопросом о применимости векторов в жизни? Зачем они нужны? Оказывается, векторы интенсивно применяются при разработке компьютерных игр. Применяются они не только традиционно – для описания таких величин как сила или скорость, но и в областях, которые, казалось бы, никак не связаны с векторами: хранение цвета, создание теней. Мы сегодня повторим все понятия, связанные с этими замечательными векторами.

2. Актуализация знаний и фиксирование затруднений.

Деятельность учащихся: отвечают на вопросы учителя

Деятельность учителя: проводит фронтальный опрос

1. Дайте определение вектора в пространстве.
2. Какие векторы мы называем равными? А какие компланарными?
3. Что такое длина вектора?

Учитель: Какие правила сложения векторов вы знаете?

Деятельность учителя: после того как учащиеся отвечают, учитель выводит правила на экран. При этом использует инструмент ползунок чтобы пошагово показать сложение векторов.

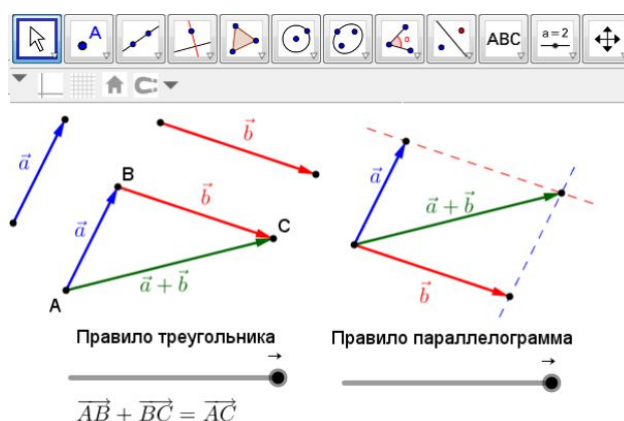


Рис. 2. Правила сложения векторов с помощью программы GeoGebra.

Учитель: Вспомните как мы вычитаем векторы.

Деятельность учителя: после того как учащиеся отвечают, учитель выводит правило на экран, используя ползунок.

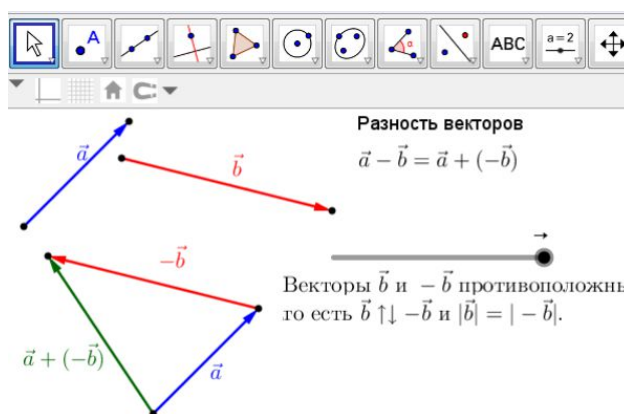


Рис. 3. Вычитание векторов с помощью программы GeoGebra.

Учитель: Посмотрите на экран. Здесь представлено умножение вектора на число. Как меняется направление умноженного вектора в зависимости от числа?

Деятельность учителя: также использует ползунок чтобы показать различные случаи умножения вектора на число.

Учитель: А как мы сложим 3 некопланарных вектора?

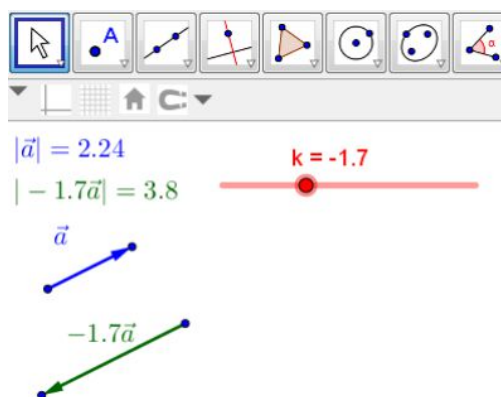


Рис. 4. Умножение вектора на число с помощью пакета GeoGebra.

Учащиеся отвечают. Затем на доске последовательно появляются шаги сложения 3 некомпланарных векторов.

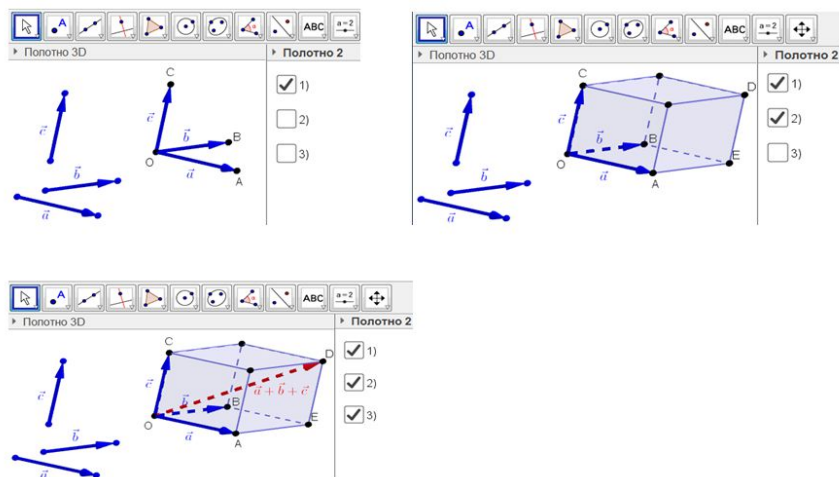


Рис. 5. Пошаговое представление правила параллелепипеда в GeoGebra.

3. Постановка учебной задачи, построение и реализация проекта выхода из ситуации.

Деятельность учащихся: работают по чертежам с презентации, некоторые работают у доски.

Деятельность учащихся: проверяет правильность выполнения заданий, дает подсказки.

Учитель: Мы повторили основные понятия. Теперь проверим свои знания на практике.

№1. Измерения прямоугольного параллелепипеда $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ имеют длины: $AD = 8$ см, $AB = 10$ см и $AA_1 = 13$ см. Найдите длины векторов: $\overrightarrow{CC_1}$, \overrightarrow{CB} , \overrightarrow{CD} , \overrightarrow{CA} , $\overrightarrow{CB_1}$, $\overrightarrow{CD_1}$.

№2. На чертеже изображен параллелепипед. Точки \dot{I} и \dot{E} – середины рёбер $B_1 C_1$ и $A_1 D_1$. Назовите вектор, который получится, если отложить:

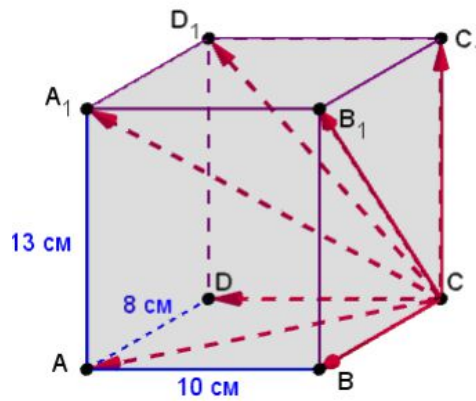


Рис. 6.

- а) от точки C вектор, равный $\overrightarrow{DD_1}$; б) от точки D вектор, равный \overrightarrow{CM} ;
 в) от точки A_1 вектор, равный \overrightarrow{AC} ; г) от точки C_1 вектор, равный \overrightarrow{CB} .

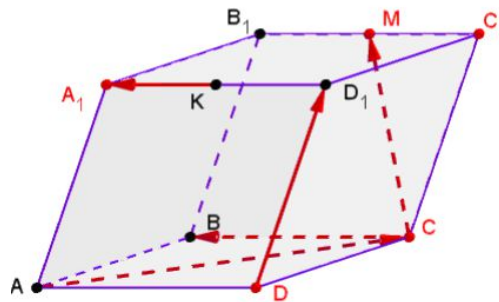


Рис. 7.

№3. Точки E и F – середины рёбер AC и BD тетраэдра $ABCD$. Докажите, что $2\overrightarrow{FE} = \overrightarrow{BA} + \overrightarrow{DC}$. Компланарны ли векторы \overrightarrow{FE} , \overrightarrow{BA} , \overrightarrow{DC} ? (№357)

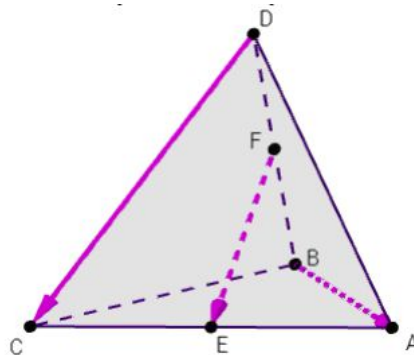


Рис. 8.

Учитель: Данная задача сложнее чем предыдущие. Поэтому для её решения дам подсказку.

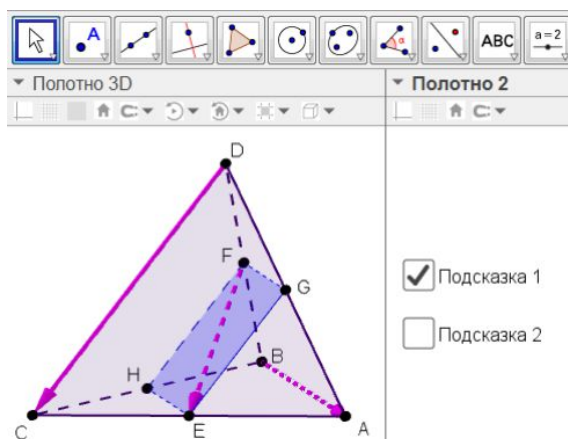


Рис. 9.

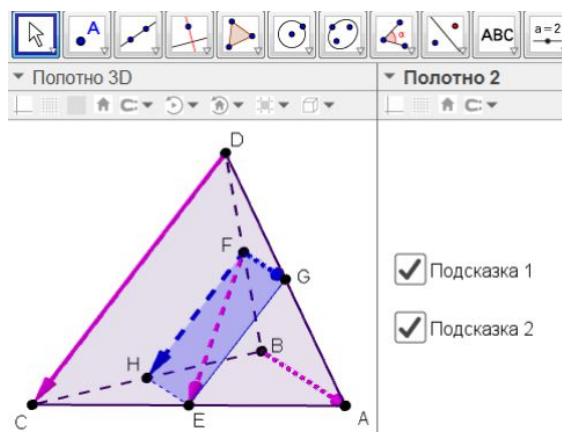


Рис. 10.

Комментарий. Подсказки показывают нам, что \overrightarrow{FE} можно представить в виде суммы векторов \overrightarrow{FH} и \overrightarrow{FG} (правило параллелограмма). А FH является средней линией треугольника BCD и равна половине стороны DC , FG – средняя линия треугольника ABD и равна половине стороны AB .

№4. В тетраэдре $ABCD$ медиана AA_1 грани ABC делится точкой K так, что $AK : KA_1 = 3 : 7$. Разложите вектор \overrightarrow{DK} по векторам \overrightarrow{DA} , \overrightarrow{DB} , \overrightarrow{DC} (№ 367).

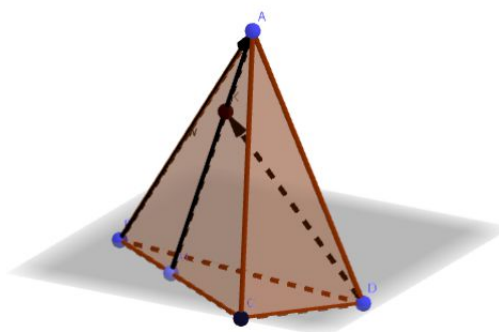


Рис. 11.

4. Самостоятельная работа

Деятельность учеников: выполняют самостоятельную работу.

Деятельность учителя: раздает карточки с самостоятельными работами, контролирует работу учащихся.

Учитель: Сейчас вы сделаете самостоятельную работу. Через 10 мин. я их соберу. Результаты работ мы обсудим на следующем уроке.

I вариант

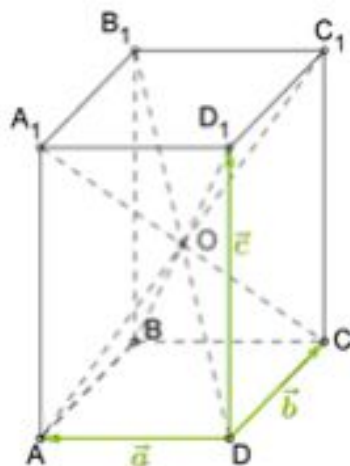
1. Изобразите параллелепипед $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$.

а) Найдите вектор, равный сумме векторов \overrightarrow{AB} , $\overrightarrow{A_1 D_1}$, $\overrightarrow{CA_1}$.

б) Найдите вектор, равный $\overrightarrow{AD} - \overrightarrow{C_1 D_1} - \overrightarrow{BB_1}$.

в) Представьте вектор $\overrightarrow{BC_1}$ в виде разности двух векторов, один из которых вектор $\overrightarrow{BD_1}$.

2. В параллелепипеде на рёбрах, выходящих из одной вершины, расположены три не компланарных вектора \vec{a} , \vec{b} и \vec{c} , и проведены все диагонали.



Разложи по векторам: а) $\overrightarrow{BD_1} = \dots \vec{a} + \dots \vec{b} + \dots \vec{c}$; б) $\overrightarrow{AO} = \dots \vec{a} + \dots \vec{b} + \dots \vec{c}$.

II вариант

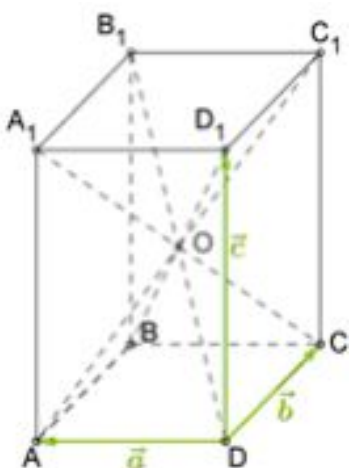
1. Изобразите параллелепипед $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$.

а) Найдите вектор, равный сумме векторов $\overrightarrow{CA_1}$, \overrightarrow{AD} , $\overrightarrow{D_1C_1}$.

б) Найдите вектор, равный $\overrightarrow{AB} - \overrightarrow{AA_1} - \overrightarrow{C_1B_1}$.

в) Представьте вектор $\overrightarrow{BC_1}$ в виде разности двух векторов, один из которых вектор $\overrightarrow{D_1B}$.

2. В параллелепипеде на рёбрах, выходящих из одной вершины, расположены три не компланарных вектора \vec{a} , \vec{b} и \vec{c} , и проведены все диагонали.



Разложи по векторам: а) $\overrightarrow{BC_1} = \dots \vec{a} + \dots \vec{b} + \dots \vec{c}$; б) $\overrightarrow{BD_1} = \dots \vec{a} + \dots \vec{b} + \dots \vec{c}$.

Критерии оценивания: Всего заданий – 5

5 правильно решенных заданий – «5»

4 правильно решенных заданий – «4»

3 правильно решенных заданий – «3»

5. Рефлексия

Учитель: Итак, подведем итоги урока. Ответьте на вопросы.

1. Как мы определяем вектор в пространстве?

2. Какие действия над векторами мы можем сделать?

3. Что такое компланарные векторы?

4. Каким образом мы складываем некомпланарные векторы?

Домашнее задание:

1) Учебник Л.С.Атанасяна «Геометрия 10-11» № 384, 385, 391.

2) Тот, кому интересна программа GeoGebra, может в сети Интернет найти необходимую справочную информацию и показать с помощью программы правило многоугольника (правило сложения нескольких векторов).

Литература

1. Андрафанова Н.В. Применение информационных технологий в математическом образовании / Н.В. Андрафанова, Н.В. Губа // Образовательные технологии и общество. – 2015. – Т. 18. – № 4. – С. 559–573.

2. Андрафанова Н.В. Интерактивная геометрическая среда как средство компьютерной наглядности в обучении геометрии / Андрафанова Н.В., Назарян Д.С. // Информационные технологии в обеспечении федеральных государственных образовательных стандартов: материалы международной научно-практической конференции. – Елец, 2014. – С. 76–80.

3. Атанасян Л.С. Геометрия 10-11 класс. Учебное пособие / Л.С. Атанасян, В.Ф. Бутузов, С.Б. Кадомцев, Л.С. Киселев, Э.Г. Позняк. – Москва: Просвещение, 2009. – 255 с.

4. Шабанова М.В. GeoGebra в системе средств обучения математике / М.В. Шабанова, Т.Ф. Сергеева // Информатика и образование. – 2014. – № 7 (256). – С. 33–43.

POSSIBILITIES OF GEOGEBRA APPLICATION IN THE STUDY OF STEREOOMETRY IN THE SECONDARY SCHOOL MATHEMATICS

A.F. Gilazieva, N.V. Timerbaeva

The article is devoted to the application of the mathematical program GeoGebra in the study of stereometry. Advantages and disadvantages are listed. A wide range of program features for dynamic, visual work with geometric objects is shown in this article. The expediency of using this technology at the stage of generalization and systematization of educational material is proved.

Keywords: GeoGebra, geometry, computer technologies, stereometry.